

**Міністерство освіти і науки України**  
**Київський національний університет імені Тараса Шевченка**

**Навчально-методичний комплекс**  
з навчальної дисципліни

**Теорія ймовірності та математична статистика в  
соціології**

з використанням кредитно - модульної  
системи організації навчального процесу

**для студентів спеціальності 054 – «Соціологія»**

Укладач:  
кандидат фізико-математичних наук  
доцент М. В.-С. Сидоров

**КИЇВ-2016**

Сидоров М.В.-С.

Навчально-методичний комплекс з дисципліни «*Теорія ймовірності та математична статистика в соціології*» з використанням кредитно-модульної системи організації навчального процесу студентів за спеціальністю 6.030101 «Соціологія». - К.: Факультет соціології Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2016. – 40 с.

Навчально-методичний комплекс з навчальної дисципліни «*Теорія ймовірності та математична статистика в соціології*» розроблений із використанням кредитно-модульної системи організації навчального процесу і призначений для студентів факультету соціології спеціальності 6.030101 «Соціологія».

Розглянуто та схвалено на засіданні кафедри методології та методів соціологічних досліджень факультету соціології (протокол № 14 від 11 лютого 2016 р.)

Схвалено Вченою радою факультету соціології Київського національного університету імені Тараса Шевченка (протокол № 10 від 30 березня 2016 р.)

Розглянуто, схвалено і рекомендовано до видання навчально-методичною комісією факультету соціології (протокол № \_\_\_ від \_\_\_ 2016 р.).

*Рецензенти:*

**Донченко В.С.**, професор кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктор фізико-математичних наук, професор

**Судаков В.І.**, професор кафедри теорії та історії соціології факультету соціології Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктор соціологічних, професор

## ЗМІСТ

Пояснювальна записка .....	4
Тематичний план лекцій і семінарських занять .....	6
Зміст дисципліни .....	8
Змістовий модуль 1. Ймовірність у емпіричних дослідженнях.....	8
Тема 1. Базові статистичні вибіркові характеристики (22 год) .....	8
Тема 2. Елементи теорії ймовірності (34 год).....	10
Тема 3. Базові статистичні оцінки (24 год) .....	13
Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез (14 год). .....	15
Тема 5. Статистичні критерії. ....	16
Тема 6. Лінійна регресія.....	17
Плани практичних занять .....	18
Змістовий модуль 1. Ймовірність у емпіричних дослідженнях.....	18
Тема 1. Базові статистичні вибіркові характеристики (22 год) .....	18
Тема 2. Елементи теорії ймовірності (34 год).....	19
Змістовий модуль 2. Статистичні гіпотези та моделі у соціології. ....	22
Тема 3. Базові статистичні оцінки (24 год) .....	22
Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез (14 год). .....	24
Тема 5. Статистичні критерії. ....	25
Тема 6. Лінійна регресія.....	27
Завдання для самостійної роботи студентів .....	30
Змістовий модуль 1. Ймовірність у емпіричних дослідженнях.....	30
Тема 1. Базові статистичні вибіркові характеристики (22 год) .....	30
Тема 2. Елементи теорії ймовірності (34 год).....	30
Змістовий модуль 2. Статистичні гіпотези та моделі у соціології. ....	32
Тема 3. Базові статистичні оцінки (24 год) .....	32
Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез (14 год). .....	33
Тема 5. Статистичні критерії. ....	34
Тема 6. Лінійна регресія.....	35
Запитання на іспит .....	37

## Пояснювальна записка

Навчальна дисципліна *Теорія ймовірності та математична статистика в соціології* є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-кваліфікаційним рівнем «бакалавр» галузі знань **соціологія** з *напрямку підготовки 054 «Соціологія», спеціальності – 054 «Соціологія»*

Дана дисципліна є **нормативною** за *спеціальністю «Соціологія»*

Викладається у **2 семестрі 1 курсу в обсязі – 149 год.**

*( 5 кредитів ECTS)* зокрема: *лекції – 30 год., практичні 44 год. семінарські заняття – 0 год., лабораторні – 0 год., самостійна робота – 75 год.* У курсі передбачено *2 змістових модулі, 2 поточні контрольні роботи та 2 модульні контрольні роботи.* Завершується дисципліна – **іспитом.**

**Мета дисципліни** – навчити студентів використовувати імовірісно-статистичні методи аналізу соціальних даних, дати теоретичне підґрунтя застосування математичних методів у соціологічних дослідженнях, навчити логічно та аналітично мислити, дати основу для розвитку математичної культури майбутньому фахівцеві-соціологу.

**Завдання** – ознайомити з вибіркоvim методом, поняттям вибірки, її інтегральними характеристиками та методами їх аналізу, ознайомити з класифікацією ознак у емпіричному соціологічному дослідженні та використанням допустимих частотних характеристик для їх опису, розкрити поняття оцінок параметрів, методи їх обчислень та побудови інтервалів оцінювання, навчити формулювати статистичні гіпотези та перевіряти їх за допомогою статистичних критеріїв, дати навички практичного вирішення реальних статистичних задач.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- типи та методи визначення інтегральних вибіркових характеристик
- статистичні та імовірнісні розподіли та їх характеристики
- методи оцінювання параметрів генеральної сукупності
- методи застосування статистичних критеріїв

**вміти:**

- логічно та аналітично мислити
- обчислювати інтегральні характеристик вибірки
- формулювати статистичні гіпотези
- застосовувати статистичні критерії для розв'язування прикладних задач

**Місце дисципліни** (в структурно-логічній схемі підготовки фахівців відповідного напрямку) Математика визнається універсальною мовою, що пов'язує різні області науки. Тому *математична освіта* розглядається як найважливіша складова фундаментальної підготовки дослідника - соціолога та системного аналітика. Математико-статистичні методи виступають надійним і одночасно доступним засобом вирішення цілого класу прикладних задач. *Фундаментальність математичної підготовки спеціаліста-соціолога* ґрунтується на універсальності математичних понять та конструкцій, що забезпечує широкий спектр їх застосування, на точності формулювань математичних властивостей досліджуваних об'єктів, логічній строгості викладення основ класичної математики із застосуванням сучасної математичної мови.

**Зв'язок з іншими дисциплінами.** Дисципліна є теоретичним та методологічним підґрунтям комплексу дисциплін, пов'язаних з математико-статистичним аналізом кількісних соціальних даних та застосування математичних методів у соціології.

**Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.**

Контроль здійснюється за кредитно-модульною системою.

У змістовий модуль 1 (ЗМ1) входять 2 теми:

*Тема 1. Базові статистичні вибіркові характеристики*

*Тема 2. Елементи теорії ймовірності*

у змістовий модуль 2 (ЗМ2) входять 4 теми:

*Тема 3. Базові статистичні оцінки*

*Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез*

*Тема 5. Статистичні критерії.*

*Тема 6. Лінійна регресія.*

Обов'язковим для іспиту є складання всіх модульних контрольних робіт.

*Оцінювання за формами контролю:*

	<b>ЗМ 1</b> (ваговий коефіцієнт=0,3)		<b>ЗМ 2</b> (ваговий коефіцієнт=0,3)	
	Min балів 60	Max. Балів 100	Min. Балів 60	Max балів 100
Проміжна контрольна робота	„12” x 1 = 12	„20” x 1 = 20	„12” x 1 = 12	„20” x 1 = 20
Відповідь біля дошки	„4” x 4 = 16	„4” x 8 = 32	„4” x 4 = 16	„4” x 8 = 32
Доповнення	„2” x 4 = 8	„2” x 4 = 8	„2” x 4 = 8	„2” x 4 = 8
Модульна контрольна робота	24	40	24	40

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум – 24 балів* для одержання допуску до іспиту обов'язковим є повторне складання модульних контрольних робіт.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перескладання МКР здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу”.

**При простому розрахунку, враховуючи вагові коефіцієнти за модулі отримаємо:**

	Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	іспит	Підсумкова оцінка
Мінімум	18	18	24	60
Максимум	30	30	40	100

**При цьому, кількість балів:**

- 1-34 відповідає оцінці «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;
- 35-59 відповідає оцінці «незадовільно» з можливістю повторного складання;
- 60-64 відповідає оцінці «задовільно» («достатньо»);
- 65-74 відповідає оцінці «задовільно»;
- 75 - 84 відповідає оцінці «добре»;
- 85 - 90 відповідає оцінці «добре» («дуже добре»);
- 91 - 100 відповідає оцінці «відмінно».

Шкала відповідності (за умови іспиту) за 100 – бальною шкалою	За національною шкалою	
90 – 100	5	відмінно
85 – 89	4	добре
75 – 84		
65 – 74	3	задовільно
60 – 64		
35 – 59	2	не задовільно
1 – 34		

### Тематичний план лекцій і семінарських занять

№ п/п	Назва лекції	Кількість годин		
		лекції	практичні	самостійна робота
<b>Змістовий модуль 1. Ймовірність у емпіричних дослідженнях</b>				
1	Тема 1. Базові статистичні вибіркові характеристики	6	6	10
2	Тема 2. Елементи теорії ймовірності	10	10	14
3	<i>Контрольна робота</i>		2	
4	Підсумкова модульна контрольна робота		2	
<b>Змістовий модуль 2. Статистичні гіпотези та моделі у соціології</b>				
5	Тема 3. Базові статистичні оцінки	4	4	16
6	Підсумкова модульна контрольна робота		2	
7	Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез	4	4	6
8	Тема 5. Статистичні критерії.	6	6	10
9	Тема 6. Лінійна регресія.	0	6	19
XX	<i>Підсумкова модульна контрольна робота</i>		2	
	<b>ВСЬОГО</b>	30	44	75

Загальний обсяг 149 год., в тому числі:

Лекцій – **30 год.**

Практичні – **44 год.**

Самостійна робота - **75 год.**

## **Зміст дисципліни**

### **Змістовий модуль 1. Ймовірність у емпіричних дослідженнях.**

#### **Тема 1. Базові статистичні вибіркові характеристики (22 год)**

##### **Лекція №1. Вибірка, випадкова величина та випадкова подія.**

Масові явища. Випадкові масові явища. Простір елементарних подій. Спостереження масових явищ. Дискретний та неперервний типи даних. Дискретна, злічена та неперервна множина. Поняття вибірки та її об'єму. Подія, абсолютна та відносна частота події за фіксованою вибіркою. Частоти як функції подій. Виділені групи результатів – іменовані події. Неможливі та достовірні події. Операції над подіями; несумісні та попарно несумісні події. Ілюстрація подій, операцій над ними та властивостей діаграмами Ейлера-Венна.

##### **Контрольні запитання та завдання.**

1. Два гральних кубика підкидають один раз. Побудувати множину результатів цього стохастичного експерименту – появи цифр на гранях кубиків і випадкові події:  $A$  – сума цифр на гранях кубиків буде кратна двом;  $B$  – сума цифр буде кратна п'яти. Описати події  $A+B$ ,  $A \cdot B$ ,  $A-B$ .
2. Кількість часу, що його витрачали опитувані на ранкову гімнастику, склала 11, 15, 12, 0, 16, 19, 6, 11, 12, 13, 16, 8, 9, 14, 5, 11, 3 хвилин. Для даної вибірки знайти її об'єм, розмах, побудувати варіаційний ряд та ряд розподілу частот.
3. Задано множину чисел  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ . Подія  $A$  полягає в тому, що навмання взяте число з  $U$  буде меншим за 7, подія  $B$  – таке число більше за 4. Побудувати події  $A+B$ ,  $A \cdot B$ ,  $A-B$ .
4. Наведіть приклади дискретних ознак з нескінченною множиною альтернатив

##### **Лекція №2. Групування даних**

“Мінімальний” запас подій. Ряд розподілу. Характеристична властивість ряду розподілу частот. Розподіл частот. Варіаційний ряд вибірки. Розмах вибірки. Групи сформовані за принципом “менше ніж”. “Мінімальний запас” подій. Групована вибірка. Кумулятивна функція розподілу частот (КФРЧ). Побудова графіку КФРЧ. Характеристичні властивості КФРЧ. Групи сформовані за “інтервальним принципом”. Інтервальний принцип групування для неперервних даних. Групована вибірка. Формула Стерджеса. Границі інтервалів групування. Алгоритм формування інтервалів. Угода, щодо групованої вибірки. Характеристичні властивості групованої вибірки.



### Контрольні запитання та завдання.

1. Для вибірки 8.88 3.16 4.32 -1.63 4.94 6.31 2.32 5.43 10.38 -4.88 -1.53 1.30 6.81 10.91 6.41 4.65 -4.51 -1.52 4.30 -0.48 побудувати інтервальне групування.
2. Для вибірки 6.39 6.48 -0.30 -0.15 2.39 -2.52 -3.11 6.48 -0.30 -0.15 -2.52 -3.11 6.48 -0.30 побудувати КФРЧ
3. Чи може значення КФРЧ приймати від'ємні значення?

### Лекція №3. Інтегральні характеристики вибірки

Вибіркове середнє Розмах Типи інтегральних характеристик: “типові представники” (як вибіркове середнє) та “розсіювання” (як розмах). Вибіркова дисперсія. Квартиль, медіана та інтерквартильний розмах Мода. Загальні формули підрахунку інтегральних характеристик на базі середнього за рядом розподілу чи групуваною вибіркою. Алгоритм обчислення квартилів. П'ятиточкова характеристика вибірки та її зображення “ящик з вусами” (box-and-whiskey-plot).

### Контрольні запитання та завдання.

1. У оболонці R для вибірки  
3.52 10.27 9.63 1.69 7.26 9.02 3.69 -4.30 -0.31 -5.93 1.58 6.78 4.24  
1.68 5.59 4.61 11.80 6.40 -1.16 -2.99 11.13 10.61 9.21 6.05 7.95 7.57  
13.28 9.06 -1.35 2.43 -7.23 5.78 -4.36 9.23 3.36 -0.67 -2.96 1.39 0.76  
10.58 0.66 2.81 3.56 3.90 3.79 7.22 -7.12 -0.42 -2.33 4.43  
побудувати графік п'ятиточкової характеристики. Пояснити.
2. Чи можна будувати п'ятиточкову характеристику для номінальних ознак. Як її інтерпретувати?

### Рекомендована література

#### Основна

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. — К.: ВПЦ Київський університет, 2010. — 464 с.
2. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
3. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
4. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### Додаткова

5. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
6. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.
7. Медведєв М.Г., Пашенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.

## **Тема 2. Елементи теорії ймовірності (34 год).**

### **Лекція №4. Ймовірність. Умовні ймовірності.**

Закон стійкості частот, частотне визначення ймовірностей. Ймовірність події. Передбачувальна властивість ймовірності. Умовні ймовірності. Незалежність події А від події В, еквівалентне визначення незалежності. Незалежні в сукупності події, незалежні випадкові величини.

Характеристичні властивості ймовірності, аксіоматичне визначення ймовірностей. Ряд розподілу ймовірностей, функція розподілу ймовірностей, щільність розподілу ймовірностей. Дискретний та неперервний розподіли ймовірностей. Розподіл ймовірностей випадкової величини. Задання ймовірностей для дискретних даних: ряд розподілу ймовірностей, характеристичні властивості. Задання розподілів ймовірностей для неперервних даних. Функція розподілу ймовірностей. Щільність розподілу ймовірностей.

### **Контрольні запитання та завдання.**

1. Відновити пропущене значення у ряді розподілу

X	-2	1	4	6
P	0.1	0.3	?	0.3

2. Чи може дисперсія бути більшою за 1? Пояснити.
3. Чи може математичне сподівання бути меншим за 0? Пояснити.

### **Лекція №5. Інтегральні характеристики випадкової величини**

Інтегральна характеристика розподілу ймовірностей. Основні типи інтегральних характеристик. Інтегральні характеристики випадкової величини (розподілу ймовірностей) на базі середнього. Квартилі (серед них медіана), інтерквартильний розмах та мода. Математичне сподівання випадкової величини. Властивості математичного сподівання. Дисперсія випадкової величини. Властивості дисперсії. Загальні формули обчислення математичного сподівання функції від випадкової величини в дискретному та неперервному випадках. Функції від незалежних випадкових величин.

### Контрольні запитання та завдання.

1. Якщо ми обчислили для двох випадкових величин математичні сподівання ( $MX=0,5$  та  $MY=1$ ), то чому дорівнюватиме математичне сподівання випадкової величини  $X-Y$ ,  $X+Y$ .
2. Про що говорить факт, що дисперсія випадкової величини дорівнює 0?
3. Чому дорівнює математичне сподівання  $M(MX+X)$ ?
4. Як співвідносяться між собою мода, медіана та середнє для скошених розподілів випадкових величин? Пояснити на прикладі.

### Лекція №6. Стандартні розподіли теорії ймовірностей

Ряд розподілу ймовірностей.  $p$  - бернуллівський,  $0 \leq p \leq 1$ .  $(n, p)$  – біноміальний  $n$  – натуральний,  $0 \leq p \leq 1$ .  $p$  – геометричний,  $0 \leq p \leq 1$ .  $\lambda$  - пуассонівський,  $\lambda > 0$ .

Функція розподілу ймовірностей чи щільність (густина) розподілу. Неперервні розподіли:  $\lambda$  - експоненційний,  $\lambda > 0$  (він же - показниковий),  $(a, b)$  – рівномірний,  $a < b$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $(m, \sigma^2)$  – нормальний,  $m \in \mathbb{R}^1$ ,  $\sigma > 0$  (він же - гауссівський)  $N(m, \sigma^2)$  Графіки щільності неперервних розподілів. Стандартний нормальний розподіл. Функція Лапласа. Властивості функції Лапласа. Властивість нормального розподілу

### Контрольні запитання та завдання.

Чи може випадкова величина, розподілена за біноміальним розподілом, приймати від'ємне значення? А 0 та 1? Пояснити

Чи може геометрично розподілена випадкова величина приймати значення 0, 1 чи бути від'ємною? Пояснити.

Використовуючи перетворення Лапласа та функцію Лапласа (таблицю значень), обчислити, чому дорівнює ймовірність того, що випадкова величина  $N(1,4)$  менша за 1.

### Лекція №7. Основна задача теорії ймовірності

ОЗТЙ. Спеціальні види ОЗТЙ. Базові ОЗТЙ. Теореми та схеми. Постановка, схема, базові задачі ОЗТЙ. Теорема заперечень. Теорема різниці. Теорема додавання. Теорема добутку. Спадковість незалежності. Формула повної ймовірності (ФПЙ). Повна група подій. Теорема (ФПЙ). Формула Байєса. Схема незалежних випробувань Бернуллі. Схема незалежних випробувань до першої події А. Загальний алгоритм розв'язку ОЗТЙ. Розв'язок ОЗТЙ через рівну можливість. Загальний підхід до розв'язання ОЗТЙ за наявності посилення на рівну можливість результатів.

### Контрольні запитання та завдання.

1. Як отримати формулу Байєса з формули умовної ймовірності?

2. На площині проведено паралельні прямі, відстань між якими дорівнює 8 см. На площину кидають монету радіусом 3 см. Яка ймовірність того, що монета не перетне жодної з прямих?
3. У коробці лежать 5 чорних та 4 білих кульки. З коробки навмання виймають 2 кульки і відкладають. Потім виймають ще одну кульку і вона виявляється білою. Яка при цьому умовна ймовірність того, що відкладені кульки мають чорний колір?

### **Лекція №8. Однаково розподілені випадкові величини. Граничні теореми**

Розподіл ймовірностей системи випадкових величин. Маргінальні розподіли. Задання розподілів ймовірностей багатовимірних випадкових величин. Зв'язок спільного та маргінальних розподілів.

Коваріація. Властивості коваріації. Коефіцієнт кореляції. Формули обчислення інтегральних характеристик на базі середнього. Незалежність випадкових величин. Умови незалежності випадкових величин. Математичне сподівання добутку незалежних випадкових величин. Незалежність та некорельованість. Дисперсія суми випадкових величин.

Однакові розподіли, однаково розподілені випадкові величини. Незалежні однаково розподілені випадкові величини. Закон великих чисел. Центральна гранична теорема.

Обчислення функції розподілу нормального розподілу через функцію Лапласа.

Обчислення функцій від випадкових величин

#### **Контрольні запитання та завдання.**

1. Показати, що для сумісна щільність двох незалежних Гаусівських величин дорівнює добутку їх маргінальних щільностей.
2. На вступних заліках з математики абітурієнт отримує 11 задач. Імовірність розв'язати задачу для абітурієнта середнього рівня дорівнює 0,6. Щоб дістати оцінку "5", абітурієнт має розв'язати хоча б 10 задач, оцінку "4" – 8-9 задач, "3" – 5-7 задач, "2" – менше 5 задач. Обчислити ймовірність того, що посередньо підготовлений студент отримає оцінку а) "5"; б) "4"; в) "3"; г) "2".
3. Нехай  $X$  – випадкова величина, що має біноміальний розподіл з параметрами  $n$  і  $p$ . Відомо, що  $MX=12$ ,  $DX=4$ . Знайти  $n$  і  $p$ .
4. Імовірність того, що висіяна зернина ячменю проросте через певний час, становить 0,95. У дослідній лабораторії було висіяно 1000 зернин. Обчислити ймовірність таких подій: а) проросте 900 зернин; б) проросте від 800 до 900 зернин.

#### **Рекомендована література**

##### **Основна**

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. — К.: ВПЦ Київський університет, 2010. — 464 с.
2. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
3. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>

4. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

### *Додаткова*

5. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
6. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.
7. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.

## **Змістовий модуль 2. Статистичні гіпотези та моделі у соціології.**

### ***Тема 3. Базові статистичні оцінки (24 год)***

#### **Лекція №9. Основна задача математичної статистики. Точкове оцінювання**

Основна задача математичної статистики. Основні риси-параметри розподілу, який визначає ймовірності появи тих чи інших значень у вибірці. Зміст ОЗМС. Статистика, значення якої використовується замість невідомого параметру.

Оцінка параметрів основних розподілів ймовірностей. Оцінка параметрів дискретних розподілів. Оцінка параметрів неперервних розподілів.

#### **Контрольні запитання та завдання.**

1. Побудувати у R 5 нормальних розподілів обсягом по 50 елементів кожен з однаковими параметрами  $N(2,4)$ . Оцінити їх середні та порівняти. Знайти середнє з середніх.
2. Побудувати у R 5 нормальних розподілів обсягом по 500 елементів кожен з однаковими параметрами  $N(2,4)$ . Оцінити їх середні та порівняти. Знайти середнє з середніх. Порівняти з попереднім результатом.
3. Яким чином можна добитись того, щоб згенерувати повторну вибірку, ідентичну початковій?
4. Чому параметри розподілів, отриманих з вибірки, відрізняються від тих, які вказувались під час її генерування?

#### **Лекція №10. Статистичні розподіли. Критичні величини. Інтервальне оцінювання.**

Розподіли "хі-квадрат з  $n$  степенями свободи", " $t$ -розподіл Стьюдента з  $n$  степенями свободи", "еф-розподіл Фішера з  $m$  та  $n$  степенями свободи".

Симетричні розподіли серед стандартних. Несиметричні розподіли серед стандартних.

Верхня  $x_{\alpha}^U$  та нижня  $x_{\alpha}^L$  критична величина. Рівень значущості критичної величини. Квантілі та процентилі. Q-процентні точки. Основні співвідношення між критичними величинами. Критичні величини для основних розподілів. Критичні величини розподілу Фішера. Інтервальне оцінювання. Довірчий інтервал.

### **Контрольні запитання та завдання.**

1. Що таке кількість ступенів вільності (ступенів свободи) для розподілів Стюдента, хі-квадрат та Фішера?
2. Які розподіли з базових статистичних є симетричними і як це використовують при визначенні верхніх та нижніх критичних величин?
3. Що таке рівень значущості?
4. Що таке довірна ймовірність?
5. Як будується довірчий інтервал.
6. Результати 10 вимірів ємності конденсаторів приладом, що не має систематичної помилки ( $m = 0$ ), склали такі відхилення від номіналу (пкФ): 5.4; -13.9; -11; 7.2; -15.6; 29.2; 1.4; -0.3; 6.6; -9.9. Знайти 90% - вий довірчий інтервал для дисперсії та середньоквадратичного відхилення.
7. Вибіркове середнє значення шістнадцяти ( $N = 20$ ) досліджених конденсаторів склало 18 мкФ (мікрофарад – одиниця ємності конденсатора), а відоме середньоквадратичне відхилення складає  $\sigma = 4$  мкФ. Визначити ТГО ємності вибіркоким середнім для довірчої ймовірності 0.8. Якою мусить бути мінімальна кількість вимірів, щоб з тою ж довірчою ймовірністю точність була не меншою за 0.5 мкФ.

### **Рекомендована література**

#### **Основна**

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
3. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### **Додаткова**

4. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.

5. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.

#### **Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез (14 год).**

##### **Лекція №11. Перевірка гіпотез про значення $\mu$ .**

Помилки першого та другого роду. Формалізація третього типу ОЗМС. Загальний алгоритм розв'язання задачі перевірки гіпотез типу  $H_0$ .

Основна та альтернативна гіпотези.

Перевірка гіпотези про значення параметру  $\mu$  нормального розподілу у випадку, коли точність відома. Перевірка гіпотези про значення параметру  $\mu$  нормального розподілу у випадку, коли точність невідома.

##### **Контрольні запитання та завдання.**

1. Вибіркове середнє значення шістнадцяти ( $N = 16$ ) досліджених конденсаторів склало 20 мкФ (мікрофарад – одиниця ємності конденсатора), а відоме середньоквадратичне відхилення складає  $\sigma = 4$  мкФ. Визначити ТТО ємності вибіркоким середнім для довірчої ймовірності 0.9. Якою мусить бути мінімальна кількість вимірів, щоб з тою ж довірчою імовірністю точність була не меншою за 0.5 мкФ.
2. Розв'язати попередню задачу, якщо  $\sigma$  невідоме, вибіркове середньоквадратичне відхилення склало  $S = 4$  мкФ. Зробити порівняльний аналіз результатів обох задач.

##### **Лекція №12. Перевірка гіпотез про значення $\sigma^2$ .**

Перевірка гіпотези про значення параметру  $\sigma^2$  нормального розподілу. Перевірка гіпотези про значення параметру  $\sigma^2$  нормального розподілу:  $\mu$  відоме. Перевірка гіпотези про значення параметру  $\sigma^2$  нормального розподілу:  $\mu$  невідоме.

##### **Контрольні запитання та завдання.**

Який вплив на побудову інтервалу має альтернативна гіпотеза?

У чому специфіка побудови довірчих інтервалів у випадку гіпотези типу альтернативного вибору?

#### **Рекомендована література**

##### **Основна**

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. John A. Rice. Mathematical Statistics And Data Analysis. Duxbury Advanced Series. Available 2010 Titles Enhanced Web Assign Series. - Cengage Learning, 2007, ISBN0534399428, 9780534399429, 603 p.
3. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>

4. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

### *Додаткова*

5. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
6. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.
7. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.

## **Тема 5. Статистичні критерії.**

### **Лекція №13. $\chi^2$ -критерій перевірки незалежності номінальних ознак**

Критерій Пірсона для перевірки гіпотези про незалежність ознак. Статистика критерію. Довірча область критерію. Обмеження критерію.

#### **Контрольні запитання та завдання.**

1. Чи можна застосовувати критерій  $\chi^2$ -квадрат для перевірки незалежності двох метричних ознак?
2. Чи можна застосовувати критерій  $\chi^2$ -квадрат для перевірки незалежності двох порядкових ознак?
3. Чи може значення критерію  $\chi^2$ -квадрат приймати від'ємне значення?
4. Що означає, коли значення статистики у критерії  $\chi^2$ -квадрат дорівнює 0?

### **Лекція №14. Перевірка розподілу. Критерій Колмогорова та Пірсона.**

Критерій Пірсона для перевірки розподілу. Приклад формулювання гіпотези для групованої вибірки. Статистика критерію. Довірча область критерію.

Теорема Колмогорова. Критичні величини Критерію. Таблиця розподілу. Статистика критерію. Довірча область критерію.

#### **Контрольні запитання та завдання.**

У чому принципова відмінність застосування критерію Колмогорова та Пірсона.

### **Лекція №15. Перевірка гіпотез однорідності двох вибірок**

Однорідність розподілів випадкових величин. Однорідність двох нормальних сукупностей за  $MX$  при відомих дисперсіях. Однорідність двох нормальних сукупностей за  $MX$  при невідомих дисперсіях. Критерій Стьюдента.



Однорідність розподілів випадкових величин. Перевірка гіпотез про однорідність для  $DX$ .

### **Контрольні запитання та завдання.**

Який вплив на побудову інтервалу має альтернативна гіпотеза?

У чому специфіка побудови довірчих інтервалів у випадку гіпотези типу альтернативного вибору?

Які є модифікації критерію Стьюдента?

### **Рекомендована література.**

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics/hypothesis-testing>

## ***Тема 6. Лінійна регресія.***

### **Контрольні запитання та завдання.**

Чи єдиним є для набору даних рівняння регресії?

Що таке «метод найменших квадратів»

### ***Рекомендована література***

#### ***Основна***

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. Черняк О.І. та ін. Економетрика. Підручник/Черняк О.І.; Комашко О.В.; Ставицький А.В.; Баженова О.В.; За ред. О.І. Черняка. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. - 359 с.
3. John A. Rice. Mathematical Statistics And Data Analysis. Duxbury Advanced Series. Available 2010 Titles Enhanced Web Assign Series. - Cengage Learning, 2007, ISBN0534399428, 9780534399429, 603 p.
4. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
5. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### ***Додаткова***

6. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.
7. Літнарівч Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі за джерелами експериментальних даних методами регресійного аналізу. Навчальний посібник, МЕНУ, Рівне, 2011.-140 с
8. Руденко В.М. Математична статистика К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с.

## Плани практичних занять

### Змістовий модуль 1. Ймовірність у емпіричних дослідженнях.

#### Тема 1. Базові статистичні вибіркові характеристики (22 год)

##### Практичне заняття №1 (2 год)

1. Сформуувати дискретну вибірку віку студентів у роках у групі
2. Обчислити абсолютну та відносну частоти
3. Сформуувати неперервну вибірку зросту студентів у групі.
4. Обчислити абсолютну та відносну частоту.
5. Сформуувати вибірку з темпераментів студентів. Визначити простір елементарних подій.
6. Сформуувати вибірку з оцінок студентів
7. Визначити складні події.
8. Знайти суму, різницю, добуток та доповнення подій.
9. Зобразити складні події за допомогою діаграм Ейлера-Венна.
10. За допомогою діаграм Ейлера-Венна знайти множину, що задовольняє складній умові.

##### Практичне заняття №2 (2 год)

1. Побудувати варіаційний ряд вибірки віку студентів у групі та їх статі.
2. Побудувати ряд розподілу
3. Побудувати варіаційний ряд вибірки зросту студентів.
4. Згрупувати вибірку за принципом “менше ніж”
5. Побудувати графік КФРЧ.
6. Побудувати варіаційний ряд вибірки зросту студентів.
7. Визначити границі інтервалів групування.
8. Згрупувати вибірку за інтервальним принципом

##### Практичне заняття №3 (2 год)

1. Для різних типів вибірок  
номінальної 1 1 3 2 4 2 2 2 2 2 1 2 3 2 3 2 2 3 2 2  
порядкової -2 -1 -2 -1 -1 2 -2 -1 0 -1 0 -2 0 1 -2 1 -2 -2 -1 -2  
геометричної 6.39 6.48 -0.30 -0.15 2.39 -2.52 -3.11 12.72 2.56 -2.54  
3.65 -2.12 8.04 1.54 6.26 9.00 6.34 5.88 12.52 -1.18  
обчислити відповідні допустимі інтегральні характеристики (мода, медіана, середнє, дисперсія).
2. Для числової вибірки  
-2.30 -7.52 -5.90 -7.73 -8.49 -5.67 -6.51 -4.87 5.05 -5.15 -9.65 -  
2.92 2.16 4.05 -1.99 -5.36 -4.18 -4.75 14.84 -12.26 -9.68 -2.86 -  
4.92 -6.07  
-6.19 -4.13 -8.30 -3.17 3.38 -3.02 -3.20 -7.60 -8.68 -2.57 -7.70 -

1.85 9.67 -10.67 5.30 -2.77 -7.73 -11.42 -2.89 -1.61 -0.34 -3.14  
1.93 -5.75 1.74 2.75

обчислити квартилі та побудувати п'ятиточкову характеристику.

### **Рекомендована література**

#### **Основна**

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. — К.: ВПЦ Київський університет, 2010. — 464 с.
2. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
3. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
4. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### **Додаткова**

5. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
6. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.
7. Медведєв М.Г., Пашенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.

## **Тема 2. Елементи теорії ймовірності (34 год).**

### **Практичне заняття №4 (2 год)**

1. Записати ймовірності для грального кубика
2. Визначити складні події.
3. Знайти умовні ймовірності для складних подій.
4. Приклад запису дискретних розподілів ймовірностей
5. Приклад запису неперервних розподілів ймовірностей
6. Обчислення щільності ймовірностей

### **Практичне заняття №5 (2 год)**

1. Випадкові величини  $X$  та  $Y$  мають розподіли

$X$	-1	3	4
$P$	0.2	0.5	0.3

$Y$	0	2	3
$p$	0.4	0.1	0.5

Побудувати ряд розподілу випадкової величини  $Z = \max\{X+1, Y-2\}$  та знайти  $MZ, DZ$ .

2. Випадкові величини  $X, Y$  та  $Z$  мають розподіли

X	-1	0	1
p	0.2	0.5	0.3

Y	0	2	3
p	0.4	0.1	0.5

Z	0	1	2
p	0.3	0.2	0.5

Побудувати ряд розподілу випадкової величини  $V = \max\{X+1, Y-2\} + \min\{Z^2, 3\}$  та знайти  $MV, DV$ .

### Практичне заняття №6 (2 год)

- 7 разів кидають гральний кубик. Знайти ймовірність, що число "6" випало:
  - принаймні один раз
  - тільки один раз
  - принаймні 4 рази
  - тільки 4 рази.
- Скільки разів потрібно підкинути монету, щоб герб випав хоч раз з імовірністю не менше за 0.5.
- $n$  разів кидають гральний кубик. Знайти математичне сподівання та дисперсію випадкової величини  $X = \{\text{сума очок що випала на грані кубика}\}$ .
- Для базових неперервних розподілів намалювати графіки щільності.

### Практичне заняття №7 (2 год)

- Розв'язок задач на ФПЙ та формулу Байєса.
- 3 стрілки стріляють роблять один залп по мішені. Виявляється, що у мішень потрапила тільки одна куля. Знайти ймовірність, що це куля другого стрілка, якщо ймовірності потрапити у мішень у кожного зі стрілків була відповідно 0,4 0,6 та 0,7.
- У коробці лежать 7 кульок: 3 білих і 4 чорних. З коробки беруть 2 кульки і відкладають у сторону. Потім виймають ще одну, і вона виявляється чорною. Знайти ймовірність того, що ми відклали одну чорну і одну білу кульку.
- Використання графів для розв'язку задач на формулу Байєса та ФПЙ.

### Практичне заняття №8 (2 год).

Контрольна робота

### Практичне заняття №9 (2 год)

- Для ознак  
 $X$  -2.30 -7.52 -5.90 -7.73 -8.49 -5.67 -6.51 -4.87 5.05 -5.15 -9.65 -2.92 2.16 4.05 -1.99 -5.36 -4.18 -4.75 14.84 -12.26 -9.68 -2.86  
 та  
 $Y$  -4.92 -6.07 -6.19 -4.13 -8.30 -3.17 3.38 -3.02 -3.20 -7.60 -8.68 -2.57 -7.70 -1.85 9.67 -10.67 5.30 -2.77 -7.73 -11.42 -2.89 -1.61  
 обчислити коефіцієнт кореляції.
- Гральну кістку підкидають 5 раз. Яка ймовірність того, що двічі з'явиться кількість очок, кратна трьом?

3. Яка ймовірність влучити в мішень не менше двох разів, якщо ймовірність влучення дорівнює 0,2 та проведено 10 незалежних пострілів? Знайти середнє значення кількості влучень по мішені.
4. Імовірність виграти по одному білету лотереї дорівнює 0,1. Яка ймовірність, що з восьми куплених білетів виграють а) два білети; б) не більш як два; в) не менш як два; г) лише один білет?

### Практичне заняття №10 (2 год)

Модульна контрольна робота. Типовий варіант завдання.

1. Варіаційний ряд має вигляд:

1,1,1,2,2,2,2,4,4,4,5,5,5,8,8,9,10,10,11. Побудувати “ящик з вусами”.

2. Випадкові величини  $X$ ,  $Y$  та  $Z$  мають розподіли

$X$	-2	0	2
$p$	0.2	0.5	0.3

$Y$	-1	0	2
$p$	0.4	0.1	0.5

$Z$	-1	0	-1
$p$	0.3	0.2	0.5

Побудувати ряд розподілу випадкової величини  $V = \max\{X+1, Y^2\} + \min\{Z^2, 0.5\}$  та знайти  $MV$ ,  $DV$ .

3. Двоє людей домовились зустрітись протягом години, перший з них може чекати не більше за 15 хвилин, а другий – не більше за 20. Крім того у першого годинник відстає на 20 хвилин, а у другого – на 15 хвилин. Знайти ймовірність, що вони зустрінуться.

4. Батарея з трьох гармат здійснює залп по мішені, причому 2 снаряди потрапили у мішень. Знайти ймовірність того, що потрапили снаряди з першої та третьої гармати, якщо ймовірності попадань відповідно для гармат дорівнюють 0,4 0,6 та 0,7.

### Рекомендована література

#### Основна

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. — К.: ВПЦ Київський університет, 2010. — 464 с.
2. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
3. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
4. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### Додаткова

5. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
6. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.
7. Медведєв М.Г., Пашенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.

## **Змістовий модуль 2. Статистичні гіпотези та моделі у соціології.**

### ***Тема 3. Базові статистичні оцінки (24 год)***

#### **Практичне заняття №11 (2 год)**

1. За вибіркою 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 бернулліївського розподілу оцінити параметр  $p$
2. За вибіркою біноміального розподілу 0 0 2 0 1 1 0 0 0 0 2 1 2 2 0 2 1 1 1 1 оцінити параметр  $p$  при  $n=2$
3. За вибіркою 2 1 1 1 1 2 2 3 1 5 1 3 8 2 2 1 1 1 1 1 7 геометричного розподілу оцінити параметр  $p$
4. Оцінити параметр  $\lambda$  пуассонівського розподілу та відповідне математичне сподівання за вибіркою: 3, 0, 1, 2, 4, 3, 2, 4, 2, 3, 1, 0, 2, 3, 1.
5. Оцінити параметр  $\lambda$  експоненційного розподілу за вибіркою 3.7, 4.1, 2.4, 1.3, 3.7, 4.2, 1.6, 1.8, 0.9, 2.1, 1.1, 0.7, 1.7, 4.5, 1.7.
6. Оцінити параметри нормальної випадкової величини за вибіркою 0.1, -0.2, 3.1, 2.6, -0.3, 1.7, 1.9, -0.6, 0.3, -1.1, 1.3, -0.1, 0, -1.
7. Оцінити параметри  $a$ ,  $b$ ,  $MX$ ,  $DX$  рівномірного неперервного розподілу за вибіркою 1.15, 1.71, 1.62, 1.03, 1.48, 1.31, 1.56, 1.22, 1.34, 1.91, 1.41, 1.57, 1.47, 1.2, 1.51.

#### **Практичне заняття №12 (2 год)**

1. Обчислення верхніх та нижніх критичних величин за таблицями.
2. Використання властивостей та співвідношень верхніх та нижніх критичних величин для різних статистичних розподілів Стюдента, хі-квадрат та Фішера?
3. Знайти критичні величини рівня значущості 0,05 для розподілу  $t_n$  для  $n=2$ .
4. Знайти критичні величини рівня значущості 0,01 для розподілу  $t_n$  для  $n=4$ .
5. Знайти критичні величини рівня значущості 0,1 для розподілу  $F_{mn}$  для  $m=10$ ,  $n=12$ .

6. Знайти критичні величини рівня значущості 0,025 для розподілу  $F_{mn}$  для  $m=8, n=10$ .
7. Знайти критичні величини рівня значущості 0,025 для розподілу  $\chi_n^2$  для  $n=2$ .
8. Знайти критичні величини рівня значущості 0,05 для розподілу  $\chi_n^2$  для  $n=4$ .
9. Знайти критичні величини рівня значущості 0,01 для розподілу  $\chi_n^2$  для  $n=8$ .
10. Знайти критичні величини рівня значущості 0,01 для розподілу  $N(-1,4)$ .
11. Побудувати двосторонній довірчий інтервал довірчої імовірності 0,95 для розподілу  $N(1,1)$

### **Практичне заняття №13 (2 год)**

Модульна контрольна робота. Типовий варіант завдання.

1. Для вибірки біноміального розподілу 1 1 1 0 1 1 2 1 1 0 1 2 1 1 2 2 0 1 1 2 оцінити параметр  $p$  та вибіркочну дисперсію при  $n=4$ . Результат записувати з точністю до 3 знаків після коми.
2. Знайти верхню критичну величину рівня значущості 0,05 для розподілу  $N(1,4)$ . Відповідь наводити з точністю до 3 знаку.
3. Побудуйте двосторонній довірчий інтервал з довірчою ймовірністю 0,8 для розподілу  $\chi_n^2$  з  $n=20$  степенями свободи. Відповідь наведіть з точністю до 3 знака
4. Для вибірки -0.51 1.39 0.76 3.66 1.35 1.96 -0.75 3.14 -1.48 -0.08 1.27 1.29 0.40 3.22 1.37 0.91 -0.17 2.53 -1.74 7.93 побудованої за  $N(1,9)$  розподілом, знайти для вибіркового середнього довірчий інтервал ймовірності 0,9. На кожному етапі обчислень заокруглюйте значення до 2 знаків після коми.
5. Для нормальної вибірки 2.95 0.66 1.13 -1.25 1.37 1.93 0.33 1.57 3.55 -2.55 -1.21 -0.08 2.12 3.77 1.96 1.26 -2.40 -1.21 1.12 -0.79 з вибірковим середнім 0.71 та вибірковою дисперсією 3.36 побудувати для дисперсії довірчий інтервал ймовірності 0,99. На кожному етапі обчислень заокруглюйте значення до 2 знаків після коми.
6. У вибірці з 20 респондентів 10 жінок. Побудувати довірчий інтервал з довірчою 0,9 для частоти жінок серед респондентів.

#### ***Рекомендована література***

##### ***Основна***

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>

3. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

### *Додаткова*

4. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
5. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.

## **Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез (14 год).**

### **Практичне заняття №14 (2 год)**

1. Визнання піддослідного здатним виконувати певну роботу відбувається, коли за результатами однотипних тестувань визнається, що він може набрати більше за 120 очок. Зважаючи, що методика оцінювання характеризується стандартним відхиленням  $\sigma$  у 1,5 бали, перевірити гіпотезу про відповідність піддослідного умовам для довірчої імовірності 0.95, якщо результати тестування мають вигляд: 118, 120, 117, 121, 122, 116
2. Харчова цінність склянки кефіру складала 100 кілокалорій (ккал). В результаті технологічних змін харчова цінність мала зменшитись. Для перевірки цього було проведено 25 незалежних експертиз, за якими вибіркова середня харчова цінність склянки кефіру склала  $\bar{x} = 92$  ккал. Припустимо, що вибірка експертиз отримана з нормальної генеральної сукупності з невідомим середнім  $m$  та дисперсією  $\sigma^2 = 50$  ккал<sup>2</sup>. Перевірити гіпотезу про те, що технологічні зміни не змінили харчової цінності продукту, обравши рівень значущості  $\alpha = 0.05$ .
3. Для вибірки -0.80 4.10 -5.64 -5.51 4.99 1.38 -0.55 0.89 1.03 1.71 0.36 4.59 2.27 1.65 4.47 -3.26 3.73 -2.50 0.55 3.13 4.56 5.46 -0.98 -2.81 1.85 -2.13 8.56 -3.25 -3.32 3.49 -4.23 3.99 1.83 6.27 -3.76 -3.31 -1.63 -3.22 1.90 8.23 -2.32 2.96 -0.16 -4.30 5.09 -2.37 0.50 0.93 3.50 1.62 перевірити гіпотезу про значення  $MX=1$ ,  $MX=2$  та  $MX \geq 1$ . Дисперсія дорівнює 16.

### **Практичне заняття №15 (2 год)**

1. Для вибірки -0.93 4.12 1.52 -0.44 1.40 -0.15 0.21 0.47 0.90 -2.69 0.21 4.25 4.34 0.55 1.70 3.76 4.79 -1.74 5.64 2.80 3.01 0.21 3.37 2.14 -1.36 перевірити гіпотезу про те, що істинне значення дисперсії  $DX=9$ ,  $DX \leq 10$ ,  $DX \geq 9$  при відомому математичному сподіванню 2.
2. Для вибірки -3,6141; -2,01; -1,44; -1,07; -0,78; -0,53; -0,33; -0,14; 0,03; 0,19; 0,33; 0,47; 0,6; 0,73; 0,85; 0,97; 1,08; 1,19; 1,3; 1,4; 1,51; 1,61; 1,71;



1,81; 1,91; 2,01; 2,11; 2,21; 2,3; 2,42; 2,52; 2,62; 2,73; 2,84; 2,95; 3,06; 3,18; 3,3; 3,43; 3,56; 3,7; 3,85; 4,01; 4,18; 4,38; 4,59; 4,84; 5,15; 5,56; 6,22

- a. перевірити гіпотезу  $H_0: \sigma_0^2=4$  при відомому середньому  $\mu$  з довірчою ймовірністю 0,8
  - b. перевірити гіпотезу  $H_0: \sigma_0^2=4$  при невідомому середньому  $\mu$  з довірчою ймовірністю 0,9
3. Для вибірки -6,4211; -4,01; -3,17; -2,6; -2,17; -1,8; -1,49; -1,21; -0,95; -0,72; -0,5; -0,29; -0,09; 0,09; 0,27; 0,45; 0,62; 0,78; 0,94; 1,1; 1,26; 1,41; 1,57; 1,72; 1,87; 2,02; 2,17; 2,32; 2,5; 2,62; 2,78; 2,94; 3,1; 3,26; 3,42; 3,59; 3,77; 3,95; 4,14; 4,34; 4,55; 4,77; 5,01; 5,27; 5,56; 5,89; 6,27; 6,73; 7,34; 8,33
- a. перевірити гіпотезу  $H_0: \sigma_0^2=9$  при відомому середньому  $\mu$  з довірчою ймовірністю 0,9
  - b. перевірити гіпотезу  $H_0: \sigma_0^2=9$  при невідомому середньому  $\mu$  з довірчою ймовірністю 0,9

### **Рекомендована література**

#### **Основна**

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. John A. Rice. Mathematical Statistics And Data Analysis. Duxbury Advanced Series. Available 2010 Titles Enhanced Web Assign Series. - Cengage Learning, 2007, ISBN0534399428, 9780534399429, 603 p.
3. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
4. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### **Додаткова**

5. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
6. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.
7. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.

## **Тема 5. Статистичні критерії.**

### **Практичне заняття №16 (2 год)**

1. Для вибірки була отримана таблиця спряженості двох ознак  $X=\{Ч, Ж\}$  та  $Y=\{А, В, С\}$

	А	В	С
Ч	5	12	11
Ж	7	8	9

Перевірити гіпотезу про незалежність цих ознак.

2. Отримано вибірку двох номінальних ознак

X: Пд Зх Зх Зх Сх Сх Пд Зх Сх Пд Сх Пд Зх Зх Пд Зх Пн Сх Сх Сх Пн  
 Зх Зх Зх Сх Сх Сх Зх Пн Зх Зх Зх Пн Зх Пд Сх Сх Зх Пн Сх Сх Сх Пн  
 Зх Пд Зх Пн Зх Сх Сх Пн Сх Зх Зх Пн Сх Пд Пн Сх Сх Сх Сх Сх Зх  
 Зх Пд Зх Зх Зх Зх Пд Пн Пд Пд Зх Сх Зх Сх Сх Сх Зх Зх Зх Пн Зх Сх  
 Сх Зх Пн Сх Сх Пд Зх Зх Сх Сх Зх Сх Зх Сх.

та

Y: Дощ Сонц Сонц Сонц Дощ Пасм Сонц Дощ Сонц Сонц Сонц  
 Пасм Сонц Сонц Сонц Пасм Пасм Сонц Пасм Сонц Сонц Сонц Сонц  
 Пасм Сонц Сонц Сонц Дощ Пасм Дощ Пасм Сонц Сонц Сонц Сонц  
 Сонц Сонц Дощ Дощ Пасм Дощ Дощ Дощ Сонц Дощ Сонц Сонц  
 Сонц Пасм Сонц Сонц Сонц Пасм Пасм Сонц Пасм Пасм Сонц Пасм  
 Сонц Сонц Пасм Сонц Сонц Пасм Сонц Сонц Дощ Дощ Сонц Сонц  
 Дощ Пасм Сонц Пасм Сонц Пасм Сонц Пасм Дощ Сонц Сонц Сонц  
 Сонц Пасм Пасм Дощ Пасм Сонц Пасм Сонц Сонц Сонц Сонц Сонц  
 Сонц Сонц Сонц Дощ Пасм.

Перевірити гіпотезу про їх незалежність.

3. Отримано вибірку двох числових ознак

X -2.59 0.59 3.49 2.12 -4.03 -0.31 -2.04 5.97 -1.55 -3.09 1.86 -3.41  
 3.64 -3.18 -1.36 3.63 -2.77 2.98 7.09 2.20 1.94 3.73 -1.20 4.14 -6.60 -  
 1.72 2.47 -2.85 2.75 -4.36 -1.23 -0.27 0.06 -0.84 -3.57 6.35 0.09 -0.06  
 1.51 4.52

та

Y -0.70 2.49 4.47 1.06 -3.66 1.57 -0.50 5.53 -0.85 -3.47 1.11 -2.26  
 6.48 -5.78 -2.14 6.42 -0.85 2.80 7.31 2.58 3.29 6.70 3.73 5.63 -4.19 -  
 2.42 7.02 -2.52 3.66 -4.13 -2.15 -2.30 -2.20 2.72 -3.89 4.85 0.94 2.46  
 3.86 8.70

Перевірити гіпотезу про те, що коефіцієнт кореляції Пірсона для них дорівнює 0,85

### Практичне заняття №17 (2 год)

Для вибірки -6,4211; -4,01; -3,17; -2,6; -2,17; -1,8; -1,49; -1,21; -0,95; -0,72; -0,5; -0,29; -0,09; 0,09; 0,27; 0,45; 0,62; 0,78; 0,94; 1,1; 1,26; 1,41; 1,57; 1,72; 1,87; 2,02; 2,17; 2,32; 2,5; 2,62; 2,78; 2,94; 3,1; 3,26; 3,42; 3,59; 3,77; 3,95; 4,14; 4,34; 4,55; 4,77; 5,01; 5,27; 5,56; 5,89; 6,27; 6,73; 7,34; 8,33 з довірчою ймовірністю 0,9 перевірити чи є вона вибіркою із нормального розподілу.

Для вибірки -6,4211; -4,01; -3,17; -2,6; -2,17; -1,8; -1,49; -1,21; -0,95; -0,72; -0,5; -0,29; -0,09; 0,09; 0,27; 0,45; 0,62; 0,78; 0,94; 1,1; 1,26; 1,41; 1,57; 1,72; 1,87; 2,02; 2,17; 2,32; 2,5; 2,62; 2,78; 2,94; 3,1; 3,26; 3,42; 3,59; 3,77; 3,95; 4,14; 4,34; 4,55; 4,77; 5,01; 5,27; 5,56; 5,89; 6,27; 6,73; 7,34; 8,33 з довірчою

ймовірністю 0,9 перевірити чи є вона вибіркою із нормального розподілу  $N(2,9)$ .

### Практичне заняття №18 (2 год)

1. За вибіркою об'єму  $N_1=30$  мешканців міста А знайдено середній розмір зарплати  $\bar{x}=1300$  грн., а за вибіркою об'єму  $N_2=40$  мешканців міста В знайдено середній розмір зарплати  $\bar{y}=1250$  грн. Генеральні дисперсії відомі –  $\sigma_1^2=600$  та  $\sigma_2^2=800$  відповідно. Потрібно при рівні значущості  $\alpha=0,05$  перевірити нульову гіпотезу  $H_0: m_1=m_2$ , де  $m_1$  та  $m_2$  – середні генеральних сукупностей, при альтернативній гіпотезі  $H_1: m_1 \neq m_2$ . Вважається, що генеральні сукупності є незалежними і нормально розподіленими.
2. Розв'язати попередню задачу для  $\bar{x}=1300$  та  $\bar{y}=1290$ .
3. За вибірками  $X=(1.07 \ 1.04 \ -2.92 \ -0.96 \ -1.68 \ -2.42 \ -3.47 \ -0.27 \ 3.14 \ 8.82 \ -1.31 \ 0.61 \ 1.99 \ 3.35 \ 4.05 \ 5.60 \ 5.47 \ -2.51 \ 2.23 \ 6.46 \ 2.45 \ 1.10 \ -4.26 \ -5.02 \ 3.45 \ 1.61 \ 5.36 \ 2.06 \ -4.39 \ -0.78)$   
 $Y=(-2.74 \ -1.12 \ 0.97 \ 3.54 \ 0.36 \ 3.90 \ -2.01 \ 6.28 \ 9.43 \ 2.48 \ -7.59 \ 2.89 \ 5.16 \ -3.95 \ 0.26 \ -2.78 \ 3.65 \ -0.06 \ -0.94 \ 2.94 \ 3.83 \ 1.42 \ 0.63 \ -0.98 \ -4.01 \ 5.60 \ 4.20 \ -0.13 \ -1.14)$   
з  $D_X=D_Y$  перевірити гіпотезу про однорідність математичних сподівань для рівня значущості 0,05 при відповідних вибіркових середніх 0.99 та 1.04

### Рекомендована література.

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics/hypothesis-testing>

### Тема 6. Лінійна регресія.

### Практичне заняття №19 (2 год)

1. Побудувати за даними

Y	1	2	2	3	3.5	4
X	2	2.7	3	4	4	5

систему МНК.

2. Розглянути приклад вимірювання температури (залежність між градусами Фаренгейта та Цельсія): функціональний та стохастичний зв'язок.
3. Обґрунтування наявності викидів.

### Контрольні запитання та завдання.

Чи єдиним є для набору даних рівняння регресії?

Що таке «метод найменших квадратів»?

### Практичне заняття №20 (2 год)

1. Досліджується довжина гальмівного шляху автомобілів, що рухались з різною швидкістю. Результати записані у вигляді масиву

№	Км/год	м	№	Км/год	м
1	16	2	26	60	54
2	16	10	27	64	32
3	28	4	28	64	40
4	28	22	29	68	32
5	32	16	30	68	40
6	36	10	31	68	50
7	40	18	32	72	42
8	40	26	33	72	56
9	40	34	34	72	76
10	44	17	35	72	84
11	44	28	36	76	36
12	48	14	37	76	46
13	48	20	38	76	68
14	48	24	39	80	32
15	48	28	40	80	48
16	52	26	41	80	52
17	52	34	42	80	56
18	52	34	43	80	64
19	52	46	44	88	66
20	56	26	45	92	54
21	56	36	46	96	70
22	56	60	47	96	92
23	56	80	48	96	93
24	60	20	49	96	120
25	60	26	50	100	85

Побудувати рівняння регресії для залежної змінної «швидкість».

2. Аналіз результатів регресійного моделювання

### Практичне заняття №21 (2 год)

Аналіз параметрів множинної регресії, фіктивні змінні та їх коефіцієнти. Викиди. Критерій Стюдента для коефіцієнтів регресії та критерій Фішера для дисперсії моделі.

### Практичне заняття №22 (2 год)

Модульна контрольна робота.

*Рекомендована література*

*Основна*

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. Черняк О.І. та ін. Економетрика. Підручник/Черняк О.І.; Комашко О.В.; Ставицький А.В.; Баженова О.В.; За ред. О.І. Черняка. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. - 359 с.
3. John A. Rice. Mathematical Statistics And Data Analysis. Duxbury Advanced Series. Available 2010 Titles Enhanced Web Assign Series. .- Cengage Learning, 2007, ISBN0534399428, 9780534399429, 603 p.
4. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
5. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### *Додаткова*

6. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.
7. Літнарівч Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі за джерелами експериментальних даних методами регресійного аналізу. Навчальний посібник, МEGУ, Рівне, 2011.-140 с
8. Руденко В.М. Математична статистика К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с.

## Завдання для самостійної роботи студентів

### Змістовий модуль 1. Ймовірність у емпіричних дослідженнях.

#### *Тема 1. Базові статистичні вибіркові характеристики (22 год)*

##### Самостійна робота (2 год)

Властивості операцій. Закон виключеного третього та закони де Моргана. Характеристичні властивості абсолютних та відносних частот. Адитивність, скінчена адитивність, злічена адитивність, невід'ємність, нормованість.

За допомогою законів де Моргана перетворити вираз  $\overline{A + B * C}$ .

Встановити на свій комп'ютер статистичну програму R (<https://www.r-project.org/>) та програмну оболонку R-studio (<https://www.rstudio.com/products/rstudio-desktop/>).

##### Самостійна робота (4 год)

Принцип побудови діаграм. Стовпчикова діаграма. Секторна діаграма. Лінійчата діаграма. Представлення результатів групування функціями та їхнє зображення відповідними графіками. Полігон частот. Гістограма як функція, характеристика гістограми. Характеристичні властивості гістограми.

Завантаження вибірки у R. Вектори даних. Побудова елементарних гістограм `hist()`.

##### Самостійна робота (4 год)

Загальна формула підрахунку вибіркового середнього та дисперсії за рядом розподілу чи групуваною вибіркою.

R: команди `summary()`, `mean()`, `var()` та побудова графіку п'ятиточкової характеристики через `boxplot()`.

Як співвідносяться між собою мода, медіана та середнє для скошених вибірок? Розглянути приклад розподілу зарплат.

Які з мір центральної тенденції мають стійкість до збурень?

#### *Тема 2. Елементи теорії ймовірності (34 год).*

##### Самостійна робота (4 год)

Функція розподілу як границя КФРЧ, щільність розподілу як границя гістограми.

Характеристичні властивості функції розподілу імовірностей.

Характеристична властивість щільності.

##### Самостійна робота (2 год)

Нерівність Чебишова.

Формули обчислення математичного сподівання за рядом розподілу та щільністю. Формули обчислення дисперсії за рядом розподілу та щільністю. Відмінність характеристик випадкової величини та вибірки. Обчислення дисперсії через математичне сподівання.

### **Самостійна робота (2 год)**

Нормальне наближення біноміального (бернуллівського) розподілу.

Трикутник Паскаля.

Перетворення Лапласа.

У R знайти ймовірність того, що значення нормальної випадкової величини  $N(-1,4)$  менше за 0. Функція `dnorm()`, `qnorm()`, `pnorm()` та `rnorm()`.

Функції для обчислення ймовірностей інших стандартних розподілів.

### **Самостійна робота (4 год)**

Класичне визначення ймовірності. Геометричні ймовірності. Загальний алгоритм розв'язку ОЗТЙ на рівну можливість результатів. Задача Бюфона. Задача про зустріч. Парадокс Бертрана.

### **Самостійна робота (2 год)**

Інтегральні характеристики системи випадкових величин на базі середнього. Моменти та центральні моменти системи випадкових величин.

Спадковість незалежності випадкових величин чи системи випадкових величин.

Інтегральна теорема Муавра - Лапласа. Парадокс де Муавра. Теорема Пуассона. Наближене обчислення ймовірностей біноміального розподілу

Обчислення функцій від випадкових величин

### ***Рекомендована література***

#### ***Основна***

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. — К.: ВПЦ Київський університет, 2010. — 464 с.
2. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
3. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
4. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### ***Додаткова***

5. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.

6. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.
7. Медведєв М.Г., Пашенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.

## **Змістовий модуль 2. Статистичні гіпотези та моделі у соціології.**

### **Тема 3. Базові статистичні оцінки (24 год)**

#### **Самостійна робота (6 год)**

Побудова вибірок імовірнісних розподілів: Бернуллі, біноміальний, геометричний, рівномірний та нормальний.

У R з'ясувати методи побудови вибірок базових розподілів та методів оцінки їх параметрів.

Функції `rbinom()`, `rgeom()`, `runif()`, `rpois()`, `rnorm`, `rexp()` та їх параметри. Виклик довідки у R.

Специфіка використання параметрів у геометричному розподілі (значення випадкової величини починається з 0) та у нормальному (вказується не дисперсія, а стандартне відхилення).

Фіксування початку генератора випадкових чисел `set.seed()`

#### **Самостійна робота( 10 год)**

Графіки функції щільності. Поняття “ступінь свободи”. Математичне сподівання та дисперсія розподілів. Симетричні та несиметричні розподіли ймовірностей.

Точкова оцінка математичного сподівання та дисперсії. Побудова довірчого інтервалу для статистики та для параметра.

Нормальне наближення в обчисленні ТТО інтегральних характеристик на базі середнього (параметру бернулліївського розподілу та частоти)

ТТО для параметра  $p$  бернулліївського розподілу за нормального наближення, інтервали Уїлсона та Агресті-Коула

Обчислення критичних величин базових статистичних розподілів у R. Квантили.

Верхні та нижні критичні величини у R (параметр `lower.tail=T`)

Для вибірки  
 -0.80 4.10 -5.64 -5.51 4.99 1.38 -0.55 0.89 1.03 1.71 0.36 4.59 2.27 1.65  
 4.47 -3.26 3.73 -2.50 0.55 3.13 4.56 5.46 -0.98 -2.81 1.85 -2.13 8.56 -3.25 -  
 3.32 3.49 -4.23 3.99 1.83 6.27 -3.76 -3.31 -1.63 -3.22 1.90 8.23 -2.32 2.96 -  
 0.16 -4.30 5.09 -2.37 0.50 0.93 3.50 1.62 оцінити точність оцінки:

- a. Середнього при невідомій дисперсії
- b. Середнього при відомій дисперсії 16
- c. Дисперсії при невідомому середньому
- d. Дисперсії при відомому середньому 1



## Рекомендована література

### Основна

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
2. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
3. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

### Додаткова

4. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
5. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.

## Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез (14 год).

### Самостійна робота (4 год)

Зауваження про критерії згоди гіпотез про параметр  $m$  нормального розподілу з нерівностями:  $H_0: m > m_0$ , чи  $m < m_0$ .

1. Для вибірки -6,4211; -4,01; -3,17; -2,6; -2,17; -1,8; -1,49; -1,21; -0,95; -0,72; -0,5; -0,29; -0,09; 0,09; 0,27; 0,45; 0,62; 0,78; 0,94; 1,1; 1,26; 1,41; 1,57; 1,72; 1,87; 2,02; 2,17; 2,32; 2,5; 2,62; 2,78; 2,94; 3,1; 3,26; 3,42; 3,59; 3,77; 3,95; 4,14; 4,34; 4,55; 4,77; 5,01; 5,27; 5,56; 5,89; 6,27; 6,73; 7,34; 8,33
  - a. перевірити гіпотезу  $H_0: m_0 \geq 2$  при відомій дисперсії 9 з довірчою ймовірністю 0,9
  - b. перевірити гіпотезу  $H_0: m_0 = 2$  при невідомій дисперсії з довірчою ймовірністю 0,9
2. Для вибірки -3,6141; -2,01; -1,44; -1,07; -0,78; -0,53; -0,33; -0,14; 0,03; 0,19; 0,33; 0,47; 0,6; 0,73; 0,85; 0,97; 1,08; 1,19; 1,3; 1,4; 1,51; 1,61; 1,71; 1,81; 1,91; 2,01; 2,11; 2,21; 2,3; 2,42; 2,52; 2,62; 2,73; 2,84; 2,95; 3,06; 3,18; 3,3; 3,43; 3,56; 3,7; 3,85; 4,01; 4,18; 4,38; 4,59; 4,84; 5,15; 5,56; 6,22
  1. перевірити гіпотезу  $H_0: m_0 = 2$  при відомій дисперсії 4 з довірчою ймовірністю 0,8
  2. перевірити гіпотезу  $H_0: m_0 = 2$  при невідомій дисперсії з довірчою ймовірністю 0,8

Використання R для перевірки гіпотез про значення МХ - t.test()

### Самостійна робота (2 год)

Довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу.

Побудова зведеної таблиці довірчих інтервалів та статистик.

Для нормальної вибірки  $-0.61 \ 5.96 \ 0.39 \ 3.20 \ 0.02 \ 5.68 \ 1.57 \ -2.79 \ 3.11$   
 $1.11 \ 2.96 \ 9.32 \ 3.82 \ -1.86 \ 4.35 \ 6.67 \ 6.16 \ -0.63 \ 6.08 \ 2.88$  з вибірковою  
середнім  $2,87$  та вибірковою дисперсією  $10.3$  побудувати для дисперсії  
довірчий інтервал ймовірності  $0,95$ . На кожному етапі обчислень  
заокруглюйте значення до 2 знаків після коми.

### **Рекомендована література**

#### **Основна**

8. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.
9. John A. Rice. Mathematical Statistics And Data Analysis. Duxbury Advanced Series. Available 2010 Titles Enhanced Web Assign Series. - Cengage Learning, 2007, ISBN0534399428, 9780534399429, 603 p.
10. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
11. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### **Додаткова**

12. Каленюк П.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. - 240 с.
13. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач. — К.: Центр учбової літератури, 2007. — 576 с.
14. Медведєв М.Г., Пашенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.

## **Тема 5. Статистичні критерії.**

### **Самостійна робота (2 год)**

Перетворення Фішера для перевірки гіпотез про значення коефіцієнту кореляції.

Використання R для перевірки гіпотези про незалежність `chisq.test()`.

### **Самостійна робота (2 год)**

Для вибірки

$-3,6141; -2,01; -1,44; -1,07; -0,78; -0,53; -0,33; -0,14; 0,03; 0,19; 0,33; 0,47; 0,6;$   
 $0,73; 0,85; 0,97; 1,08; 1,19; 1,3; 1,4; 1,51; 1,61; 1,71; 1,81; 1,91; 2,01; 2,11;$   
 $2,21; 2,3; 2,42; 2,52; 2,62; 2,73; 2,84; 2,95; 3,06; 3,18; 3,3; 3,43; 3,56; 3,7; 3,85;$   
 $4,01; 4,18; 4,38; 4,59; 4,84; 5,15; 5,56; 6,22$  вказати найменшу (з точністю до десятих) довірчу ймовірність, при яких ми можемо стверджувати, що:

a. ці дані є вибіркою із гаусівського  $N(2,4)$  розподілу.

b. ці дані є вибіркою із гаусівського розподілу.

Порівняти результати. Визначити області застосування критеріїв.

### **Самостійна робота (6 год)**

Використання різних модифікацій критерію Стюдента у R. Команда `t.test()`, критерій для перевірки гіпотези про значення математичного сподівання при невідомій дисперсії, критерій перевірки гіпотези про співпадання математичних сподівань генеральних сукупностей та парний критерій Стюдента.

### **Рекомендована література.**

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.

2. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics/hypothesis-testing>

## ***Тема 6. Лінійна регресія.***

### **Самостійна робота (3 год)**

Регресійна модель. Проста (парна) лінійна регресія. Істинна регресія. Основна задача регресії. МНК для найпростішої регресії. Функціональна та стохастична залежність. Ознаки, які можуть брати участь у регресійному рівнянні.

### **Самостійна робота (6 год).**

Коефіцієнти регресії. Обчислення коефіцієнтів. Емпірична регресія. Прогноз за допомогою регресії. Припущення класичної нормальної регресії. Функція `lm()` у R. Використання `summary()` для виведення результатів моделювання.

### **Самостійна робота (10 год).**

Точність точкового оцінювання параметрів регресії та прогнозу за емпіричною регресією. Довірча смуга значень істинної регресії, довірча смуга Воркінга – Готелінга. Довірча смуга значень залежної змінної. Множинна та поліноміальна лінійні регресії. Фіктивні змінні.

### ***Рекомендована література***

#### ***Основна***

1. Донченко В.С., Сидоров М.В.-С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук.- К: ВПЦ КНУ імені Тараса Шевченка, 2015, С 400.

2. Черняк О.І. та ін. Економетрика. Підручник/Черняк О.І.; Комашко О.В.; Ставицький А.В.; Баженова О.В.; За ред. О.І. Черняка. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. - 359 с.

3. John A. Rice. Mathematical Statistics And Data Analysis. Duxbury Advanced Series. Available 2010 Titles Enhanced Web Assign Series. .- Cengage Learning, 2007, ISBN0534399428, 9780534399429, 603 p.
4. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics>
5. R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>

#### *Додаткова*

6. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Підручник. - К.: Вид-во "Ліра-К". 2008. - 536 с.
7. Літнарівч Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі за джерелами експериментальних даних методами регресійного аналізу. Навчальний посібник, МЕНУ, Рівне, 2011.-140 с
8. Руденко В.М. Математична статистика К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с.

## Запитання на іспит

1. Масові явища. Випадкові масові явища. Простір елементарних подій. Спостереження масових явищ. Дискретний та неперервний типи даних. Дискретна, злічена, більш, ніж злічена множина.
2. Поняття вибірки та її об'єму. Подія, абсолютна та відносна частота події за фіксованою вибіркою. Частоти як функції подій.
3. Іменовані події. Неможливі та достовірні події. Операції над подіями; несумісні та попарно несумісні події. Ілюстрація подій, операцій над ними та властивостей діаграмами Ейлера-Венна.
4. Властивості операцій. Закон виключеного третього та закони де Моргана. Характеристичні властивості абсолютних та відносних частот. Адитивність, скінчена адитивність, злічена адитивність, невід'ємність, нормованість.
5. “Мінімальний” запас подій. Ряд розподілу. Характеристична властивість ряду розподілу частот. Розподіл частот. Варіаційний ряд вибірки. Розмах вибірки.
6. Групи сформовані за принципом “менше ніж”. “Мінімальний запас” подій. Кумулятивна функція розподілу частот (КФРЧ). Побудова графіку КФРЧ. Характеристичні властивості КФРЧ.
7. Групи сформовані за “інтервальним принципом”. Інтервальний принцип групування для неперервних даних. Групувана вибірка. Формула Стерджеса Границі інтервалів групування. Алгоритм формування інтервалів. Угода, щодо групуваної вибірки. Характеристичні властивості групуваної вибірки.
8. Принцип побудови діаграм. Стовпчикова діаграма. Секторна діаграма. Лінійчата діаграма. Представлення результатів групування функціями та їхнє зображення відповідними графіками.
9. Полігон частот. Гістограма як функція, характеристика гістограми. Характеристичні властивості гістограми
10. Визначення випадкової величини. Розподіл частот випадкової величини. Запис умов групування за допомогою випадкової величини. Принцип “менше ніж”. Інтервальний принцип групування:
11. Умовна частота події, зв'язок з безумовною. Теорема добутку для частот. Формула Байеса для частот.
12. Вибіркове середнє Розмах. Типи інтегральних характеристик: “типові представники” (як вибіркове середнє) та “розсіювання” (як розмах). Вибіркова дисперсія.
13. Квартил, медіана та інтерквартильний розмах Мода Інтегральні характеристики на базі середнього, побудовані за допомогою функції  $g(x)$ .
14. Загальні формули підрахунку інтегральних характеристик на базі середнього за рядом розподілу чи групуваною вибіркою.

15. Загальна формула підрахунку вибіркового середнього та дисперсії за рядом розподілу чи групуваною вибіркою. Алгоритм обчислення квантилів.
16. П'ятиточкова характеристика вибірки та її зображення “ящик з вусами” (box-and-whiskey-plot).
17. Закон стійкості частот, частотне визначення імовірностей. Імовірність події. Передбачувальна властивість імовірності.
18. Умовні ймовірності. Незалежність події А від події В, еквівалентне визначення незалежності.
19. Незалежні в сукупності події, незалежні випадкові величини. Характеристичні властивості імовірностей, аксіоматичне визначення імовірностей.
20. Ряд розподілу імовірностей, функція розподілу імовірностей, щільність розподілу імовірностей. Дискретний та неперервний розподіли імовірностей. Розподіл імовірностей випадкової величини.
21. Задання імовірностей для дискретних даних: ряд розподілу імовірностей, характеристичні властивості.
22. Задання розподілів імовірностей для неперервних даних. Функція розподілу імовірностей. Характеристичні властивості функції розподілу імовірностей. Щільність розподілу імовірностей. Характеристична властивість щільності
23. Інтегральна характеристика розподілу ймовірностей. Основні типи інтегральних характеристик. Інтегральні характеристики випадкової величини (розподілу імовірностей) на базі середнього, побудованою за допомогою функції  $g(x)$ . Квантилі (серед них медіана), інтерквартильний розмах та мода.
24. Математичне сподівання випадкової величини. Властивості математичного сподівання. Загальні формули обчислення математичного сподівання функції від випадкової величини в дискретному та неперервному випадках.
25. Формули обчислення математичного сподівання за рядом розподілу та щільністю.
26. Дисперсія випадкової величини. Властивості дисперсії. Нерівність Чебишова.
27. Формули обчислення дисперсії за рядом розподілу та щільністю.
28. Ряд розподілу імовірностей, функція розподілу імовірностей чи щільність (густина) розподілу. Дискретні розподіли.  $p$  - бернулівський,  $0 \leq p \leq 1$ .  $(n, p)$  – біноміальний  $n$  – натуральне,  $0 \leq p \leq 1$ . Інтегральні характеристики.
29. Дискретні розподіли  $p$  – геометричний,  $0 \leq p \leq 1$ .  $\lambda$  - пуассонівський,  $\lambda > 0$ . Інтегральні характеристики.
30. Неперервні розподіли:  $\lambda$  - експоненційний,  $\lambda > 0$  (він же - показниковий). Графік щільності.

31. Неперервні розподіли:  $(a, b)$  – рівномірний,  $a < b$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ . Графік щільності.
32. Неперервні розподіли:  $(m, \sigma^2)$  – нормальний,  $m \in \mathbb{R}^1$ ,  $\sigma > 0$  (він же - гауссівський)  $N(m, \sigma^2)$ . Графік щільності.
33. Стандартний нормальний розподіл. Функція Лапласа. Властивості функції Лапласа. Властивість нормального розподілу.
34. ОЗТЙ. Спеціальні види ОЗТЙ. Базові ОЗТЙ. Постановка, схема.
35. Базові задачі ОЗТЙ. Теорема заперечень. Теорема різниці. Теорема додавання. Теорема добутку.
36. Спадковість незалежності. Формула повної ймовірності (ФПЙ). Повна група подій. Теорема (ФПЙ). Формула Байєса.
37. Схема незалежних випробувань Бернуллі. Схема незалежних випробувань до першої події А.
38. Загальний алгоритм розв'язку ОЗТЙ. Розв'язок ОЗТЙ через рівну можливість.
39. Загальний підхід до розв'язання ОЗТЙ за наявності посилання на рівну можливість результатів.
40. Класичне визначення ймовірності. Геометричні ймовірності.
41. Загальний алгоритм розв'язку ОЗТЙ на рівну можливість результатів.
42. Задача Бюфона.
43. Задача про зустріч.
44. Розподіл імовірностей в  $\mathbb{R}^n$ . Дискретні та неперервні розподіли.
45. Задання дискретних розподілів в  $\mathbb{R}^n$ .
46. Задання неперервних розподілів в  $\mathbb{R}^n$ .
47. Коваріація. Властивості коваріації. Коефіцієнт кореляції.
48. Формули обчислення інтегральних характеристик на базі середнього.
49. Незалежність випадкових величин. Спадковість незалежності випадкових величин чи системи випадкових величин.
50. Умови незалежності випадкових величин.
51. Математичне сподівання добутку незалежних випадкових величин. Незалежність та некорельованість.
52. Закон великих чисел.
53. Центральна гранична теорема.
54. Основна задача математичної статистики. Зміст ОЗМС.
55. Оцінка параметрів дискретних розподілів. (біноміальний, бернуллі, геометричний)
56. Оцінка параметрів неперервних розподілів (рівномірний, нормальний).
57. Розподіл хі-квадрат з  $n$  степенями свободи. Графік функції щільності. Математичне сподівання та дисперсія.
58.  $t$ -розподіл Стьюдента з  $n$  степенями свободи. Графік функції щільності. Математичне сподівання та дисперсія.
59.  $F$ -розподіл Фішера з  $m$  та  $n$  степенями свободи. Графік функції щільності. Математичне сподівання та дисперсія.
60. Симетричні та несиметричні розподіли ймовірностей.

61. Нижні та верхні критичні величини. Рівень значущості критичної величини.
62. Кванти лі та проценти лі. Основні співвідношення між критичними величинами.
63. Довірчі області симетричних стандартних розподілів:  $Z$ ,  $t_n$
64. Довірчі області стандартних несиметричних розподілів:  $\chi_n^2$ ,  $F_{m,n}$
65. Двосторонні довірчі області стандартних статистичних розподілів.
66. Загальний підхід до розв'язання задачі ТТО. Точність точкової оцінки.
67. Загальний алгоритм побудови розв'язку задачі ТТО.
68. Точність точкового оцінювання параметрів нормального  $N(m, \sigma^2)$ -розподілу.
69. Перевірка гіпотез типу  $H_0$  та перевірка гіпотез типу альтернативного вибору. Помилки першого та другого роду.
70. Загальний алгоритм розв'язання задачі перевірки гіпотез типу  $H_0$ : критерій згоди чи критерій значущості. Критерій згоди для параметру  $m$  нормального розподілу.
71. Перевірка гіпотези про значення параметру  $m$  нормального розподілу у випадку, коли точність відома.
72. Перевірка гіпотези про значення параметру  $m$  нормального розподілу у випадку, коли точність невідома.
73. Перевірка гіпотези про значення параметру  $\sigma^2$  нормального розподілу:  $m$  відоме.
74. Перевірка гіпотези про значення параметру  $\sigma^2$  нормального розподілу:  $m$  невідоме.
75. Критерій Пірсона  $\chi^2$ .
76. Критерій згоди Колмогорова
77. Однорідність двох нормальних сукупностей за  $MX$  при відомих дисперсіях
78. Однорідність двох нормальних сукупностей за  $MX$  при невідомих дисперсіях
79. Перевірка гіпотез про однорідність для  $DX$  при відомих середніх
80. Перевірка гіпотез про однорідність для  $DX$  при невідомих середніх
81. Перетворення Фішера для перевірки гіпотез про значення коефіцієнтів кореляції
82. Проста парна регресія.
83. Множинна регресія